

Synthèse de textures multifractales directement sur des surfaces 3D

Pierre CHAINAIS¹, Marc CHEVALDONNÉ², Jean-Marie FAVREAU²

¹Clermont Université CNRS LIMOS UMR 6158
INRIA Lille-Nord Europe (SEQUEL)
40 Avenue Halley 59650 Villeneuve d'Ascq, France

²Clermont Université, Université d'Auvergne, ISIT
28 place Henri Dunand 63 001 Clermont-Ferrand, France

pierre.chainais@inria.fr, {marc.chevaldonne, j-marie.favreau}@u-clermont1.fr

Résumé – Nous proposons une méthode permettant la synthèse de textures multifractales directement sur une surface courbe en dimension 3, sans passer par une étape de transformation géométrique de la surface ni par un collage ("mapping"). La méthode procédurale présentée permet de décrire une texture multifractale d'étendue potentiellement infinie par quelques paramètres seulement, assurant ainsi un encombrement mémoire réduit. Les textures invariantes d'échelle, cousines du mouvement brownien fractionnaire, jouent un rôle essentiel en infographie. À notre connaissance, il s'agit de la première méthode de synthèse de textures multifractales (non gaussiennes et invariantes d'échelle) procédurale sur des surfaces 3D quelconques. En pratique, en se libérant des étapes d'un mapping classique, on évite certains artefacts et on allège la procédure globale. Nous développons un logiciel implémentant la méthode.

Abstract – We propose a method for the synthesis of multifractal textures on a curved 3D surface, without any geometrical transformation of the surface or any mapping. This procedural method permits the description of potentially infinitely extended texture with few parameters only which ensures a limited memory footprint. Scale invariant textures, like the wellknown fractional Brownian motion, are essential to computer graphics. Up to our knowledge this is the first procedural method for the synthesis of multifractal textures (scale invariant and non Gaussian) on 3D surfaces. In practice, by avoiding the use of any classical mapping step, we avoid some undesired artefacts and alleviate the global procedure. We currently develop a software that implements this approach.

1 Introduction

Les textures jouent un rôle crucial dans notre perception des objets dans une scène. La géométrie des objets dans l'espace est aussi essentielle et nous percevons globalement une surface courbe texturée. Il existe de nombreuses méthodes pour simuler un objet texturé en infographie. La texture peut être utilisée pour modifier différentes propriétés de l'objet telles que sa réflectivité, sa couleur, son relief ou sa transparence. Les approches se répartissent essentiellement en deux grandes catégories : la synthèse à partir d'un échantillon et la synthèse procédurale. Si l'on souhaite reproduire exactement une texture donnée sur une surface 3D, la méthode la plus naturelle *a priori* consiste à plaquer la texture sur la surface. Pour cela on utilise une carte ("map") de texture de référence d'une part et le maillage tridimensionnel de l'objet d'autre part. Il s'agit alors d'établir une correspondance ("UV mapping") entre un sommet du maillage au point (x, y, z) et une information de texture dans le plan (u, v) de la texture [1]. Lorsque cette correspondance peut être explicitée et inversée, on peut travailler sur la texture "aplanie" (dans le plan UV) en contrôlant les effets sur la surface 3D texturée. En général, le plaquage de

texture implique un risque de déformation non souhaitée de la texture ainsi que l'apparition éventuelle d'artefacts, pôles et coutures. Une approche possible consiste à minimiser ces artefacts, par exemple en optimisant les valeurs prises par la texture au voisinage des coutures pour les masquer [2]. Lorsqu'il s'agit de reproduire le rendu d'une texture aléatoire à partir d'un échantillon de référence, on recopie en chaque sommet du maillage une valeur de texture "optimale" tenant compte du voisinage de ce sommet ; l'initialisation peut être aléatoire ou non [3]. Une méthode intermédiaire consiste à imposer les valeurs de la texture en quelques sommets puis à simuler une équation de réaction-diffusion pour recouvrir l'ensemble de la surface [4]. Pour la synthèse de textures aléatoires, parfois appelées "bruits", les méthodes procédurales fournissent une alternative séduisante [1, 5]. Il s'agit de décrire complètement une texture par un modèle mathématique ou algorithmique sans référence à un échantillon. Les méthodes procédurales s'appuient en général sur une famille de processus aléatoires possédant un pouvoir d'expression varié et dont les paramètres peuvent être facilement contrôlés afin d'explorer des résultats graphiques divers. Elles permettent d'envisager de simuler les textures directement sur les surfaces, sans utiliser de plaquage

de la texture, ni de dépliage de la surface. On peut alors envisager de synthétiser la texture en volume (texture solide) ou seulement à la surface des objets typiquement grâce à un gradient aléatoire (bruit de Perlin) ou par projection de motifs (spot noise). La méthode que nous présentons appartient indirectement à cette dernière famille puisqu'elle adapte la synthèse des cascades de Poisson composées (CPC) aux surfaces 3D. L'intérêt des CPC pour la modélisation des images naturelles et la synthèse de texture a déjà été relevé dans [6]. Elles permettent de produire des textures multifractales invariantes d'échelles ayant des statistiques non gaussiennes, contrairement aux résultats habituellement produits par une synthèse spectrale ou un bruit de Gabor [7]. Après un précédent travail sur la sphère [8, 9], nous proposons leur synthèse sur des surfaces quelconques. Leurs nombreux degrés de liberté autorisent aussi la synthèse de textures instationnaires.

2 Les CPC sur des surfaces

2.1 Les CPC dans le plan

Dans le cadre le plus général, les CPC dans le plan sont définies à partir d'un processus de Poisson ponctuel marqué $\{(\mathbf{x}_i, r_i, W_i)\}_i$ où : (i) les \mathbf{x}_i sont des variables aléatoires i.i.d. uniformément distribuées (cas stationnaire) dans \mathbb{R}^2 avec une densité de 1 ; (ii) les r_i sont des variables aléatoires i.i.d. sur $(0, 1)$ avec une densité $g(r) = C/r^3$ entre la plus petite échelle ℓ et la plus grande L , C est une constante ; (iii) les W_i sont des variables aléatoires i.i.d. positives telles que $\mathbb{E}W_i = 1$. Des contraintes sur la loi des W_i assurent la non-dégénérescence de la mesure associée et par conséquent le caractère bien défini du processus résultant, voir [6]. Soit $f(\mathbf{x})$ une fonction positive représentant un motif de base. On définit alors une CPC par :

$$Q_\ell(\mathbf{x}) = \frac{\prod_i W_i^{f\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{r_i}\right)}}{\mathbf{E} \left[\prod_i W_i^{f\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{r_i}\right)} \right]} \quad (1)$$

$$\updownarrow$$

$$\ln Q_\ell(\mathbf{x}) = \sum_i \ln W_i \cdot f\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}_i}{r_i}\right) + Cste.$$

La texture obtenue contient des échelles comprises entre ℓ et L . Son aspect est essentiellement contrôlé par le rapport L/ℓ , le choix de la loi des W_i et le motif de base $f(\mathbf{x})$. Les multipliers sont associés à des points du domaine espace-échelle (\mathbf{x}_i, r_i) . On peut aussi voir les CPC comme l'exponentielle d'une superposition aléatoire de motifs dilatés et translétés. Remarquons que $\ln Q_\ell$ est une construction voisine de celle des bruits de Gabor [10] qui produisent des processus gaussiens. On peut aussi penser à certains modèles pour les images naturelles [11] ou aux "spot noises" [13]. L'intérêt des CPC réside précisément dans leur caractère non gaussien ainsi que leurs propriétés de dépendance d'ordre supérieur.

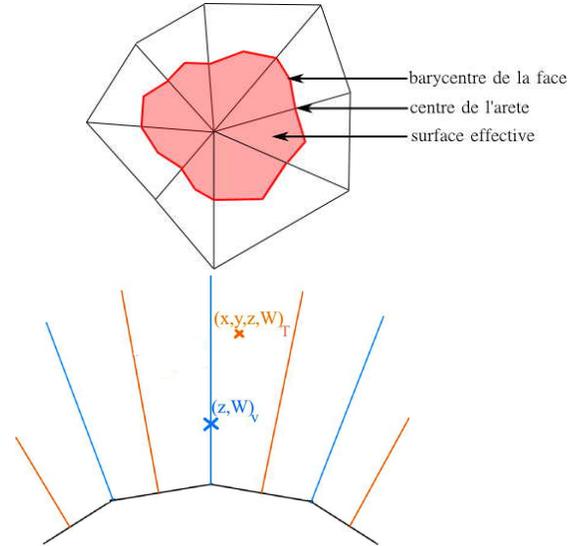


FIGURE 1 – Représentation schématique des normales au maillage au-dessus des sommets et des faces et de la surface effective associée à un sommet pour pondérer le nombre de multipliers associés à ce sommet.

2.2 Les CPC sur la sphère

L'adaptation des CPC sur la sphère impose une adaptation du processus ponctuel sous-jacent pour prendre en compte la courbure de la surface. Les notions de dilatation et par conséquent d'échelle n'ont plus un sens univoque. Si on choisit de travailler avec la dilatation angulaire $\mathcal{D}_a : \theta \rightarrow a\theta$, on peut alors montrer que pour obtenir des propriétés d'invariance d'échelle, il faut une distribution des échelles de la forme :

$$g(r) = C \frac{\cos\left(\frac{r}{2R}\right)r + 2R \sin\left(\frac{r}{2R}\right)}{2\pi r^2 R^2 \sin^2\left(\frac{r}{2R}\right)} \xrightarrow{\frac{r}{R} \rightarrow 0} C \frac{4}{\pi r^3}. \quad (2)$$

où R est le rayon de la sphère et $L \leq \pi R$ est la plus grande échelle présente dans la texture. Notons qu'un motif d'échelle supérieure à πR aurait un diamètre de l'ordre de $2\pi R$: il recouvrirait alors la sphère entière. Le calcul explicite de cette densité est rendu possible par la géométrie particulière de la sphère [9]. Les définitions décrites plus haut s'adaptent alors assez naturellement à la sphère.

2.3 Les CPC sur des surfaces quelconques

2.3.1 Description de l'approche

La généralisation explicite à une surface \mathcal{S} quelconque des calculs sur la sphère n'est pas simple. Il faudrait être capable de tenir compte des courbures locales de la surface en tout point, avec les éventuels problèmes d'anisotropie que cela poserait. Les quantités nécessaires impliquent le calcul d'intégrales compliquées impliquant ces courbures. Par conséquent, puisque nous visons ici une application à l'infographie, nous proposons une approche plus algorithmique du problème pour espérer le résoudre en bonne approximation en pratique.

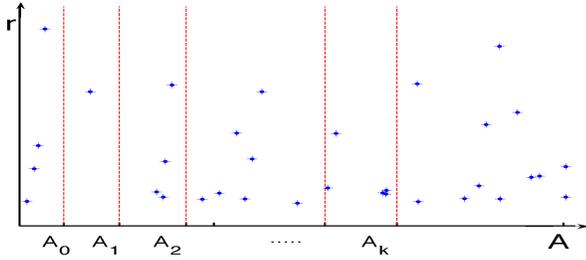


FIGURE 2 – Tirage des multiplieurs selon une loi approximativement uniforme à la surface du maillage et en $1/r^3$ selon la normale : le nombre de multiplieurs attribués à un sommet k est proportionnel à la surface effective A_k de ce sommet.

Nous conservons les ingrédients essentiels que sont la définition (1) et surtout la distribution des échelles $g(r) \propto 1/r^3$. Cependant, contrairement aux cas du plan et de la sphère, nous devons discrétiser le domaine de définition $\mathcal{S} \times [\ell, L]$ du processus de Poisson marqué en relation avec le maillage de la surface muni d'une distance géodésique et d'une normale locale. Au lieu d'être distribués sur un domaine continu, on peut considérer que les multiplieurs sont distribués en $1/r^3$ (l'altitude r est mesurée à partir du sommet) le long des normales au-dessus des sommets, voir fig. 1. Le domaine espace-échelle est restreint à l'ensemble de ces demi-droites.

2.3.2 Aspects algorithmiques

Pour tenir compte de la géométrie du maillage, le nombre de multiplieurs associés à un sommet k est pondéré par une surface effective A_k qui dépend de toutes les mailles impliquant ce sommet, voir fig 1. La figure 2 illustre la méthode de tirage des multiplieurs selon une loi approximativement uniforme en espace sur le maillage et en $1/r^3$ selon les normales. Un ordre (éventuellement quelconque) est choisi pour énumérer les sommets. À chaque sommet k est associée l'aire A_k de l'élément de surface locale auquel il appartient. Cet élément de surface est calculé à partir des mailles adjacentes au sommet considéré. Chaque sommet est alors associé à un intervalle I_k de taille A_k . Les multiplieurs W_i sont ensuite tirés (en une seule fois) uniformément sur la surface totale $\mathcal{A} = \sum_k A_k$ associée à l'intervalle $\cup_k I_k$, et selon une loi en C/r^3 le long de l'axe des échelles r . L'appartenance d'un multiplieur W_i à un intervalle I_k permet de désigner le sommet auquel il sera associé par la suite. Tous les multiplieurs sont tirés en une seule fois.

Idéalement, il faudrait tenir compte de la courbure locale de la surface pour déterminer la densité locale de multiplieurs. Cependant, dans les zones où le maillage est suffisamment fin ou la courbure suffisamment faible, on est ramené en bonne approximation au cas du plan et les propriétés multifractales sont bien reproduites. Dans les autres zones, la notion d'invariance d'échelle elle-même n'est pas bien définie, mais on s'attend à ce que le résultat graphique présente une bonne cohérence d'ensemble puisque les motifs "s'étalent" sur la surface, quelle

que soit la convexité locale. Le maillage trop grossier d'une région très singulière pose théoriquement problème, mais pas nécessairement visuellement : une singularité est essentiellement porteuse d'information géométrique et peu de texture. Nous étudions la possibilité de tenir compte de la courbure locale pour adapter localement la densité des multiplieurs.

Dans la version simplifiée de l'algorithme de principe ci-dessous, nous désignons par $Q_\ell(k)$ la texture au sommet numéro k , et par $\{(x_j, r_j, W_j) : x_j \in I_k\}$ les multiplieurs et échelles des multiplieurs associés au sommet numéro k . L'implémentation est ensuite optimisée bien sûr.

Algorithme simplifié

1. Initialisation & tirage des variables aléatoires

$$Q_\ell(k) = 1, \quad \forall k$$

Calculer les surfaces effectives $S_{eff}(k)$

Calculer le nombre de multiplieurs

2. Tirage des variables aléatoires

Tirer les multiplieurs W_i

Tirer les positions $x_i \in [0, \sum_k S_{eff}(k)]$

Tirer les échelles $r_i \in [\ell, L]$

$\{(x_j, r_j, W_j) : x_j \in I_k\} \leftarrow (x_i, r_i, W_i)$ au sommet k

3. Calcul de la texture

Pour chaque sommet k

Pour chaque $j : x_j \in I_k$

Propager un front géodésique depuis sommet k jusqu'à r_j

Pour chaque sommet m rencontré dans la propagation, $Q_\ell(m) \leftarrow Q_\ell(m) \cdot W_j$

Fin Pour

Fin Pour

La complexité théorique de cet algorithme est au pire en $O(n^2 \log n)$, où n est le nombre de sommets, car la propagation géodésique s'appuie dans notre cas sur une distance de Dijkstra, de complexité en $O(n \log n)$. Le choix de la distance géodésique est un nouvel ingrédient qui joue un rôle essentiel. C'est cette distance qui permet de définir la notion de voisinage influencé par un motif. Dans un premier temps, nous utilisons la distance de Dijkstra ou la distance cartésienne qui sont simples à calculer, d'où une complexité en $O(n^2 \log n)$. À terme nous utiliserons une distance géodésique plus précise estimée par un algorithme rapide, voir [12] par exemple. La complexité peut alors varier de $O(n^2 \log n)$ à $O(n^3 \log n)$, ce qui dépend aussi des propriétés des maillages utilisés.

Cette méthode hérite de tous les degrés de liberté (gamme d'échelle, loi des multiplieurs, motif, orientations...) des CPC dans le plan. Il est aussi possible d'introduire des inhomogénéités en remplaçant simplement la constante C de la distribution des échelles par une fonction dépendant de la position sur le maillage. Il est d'ailleurs possible de faire varier pratiquement tous les paramètres du modèle, y compris le motif ou une information de couleur, en fonction de la position. On pourra aussi tenir compte d'un champ de vecteur sur la surface pour donner une orientation locale à la texture.

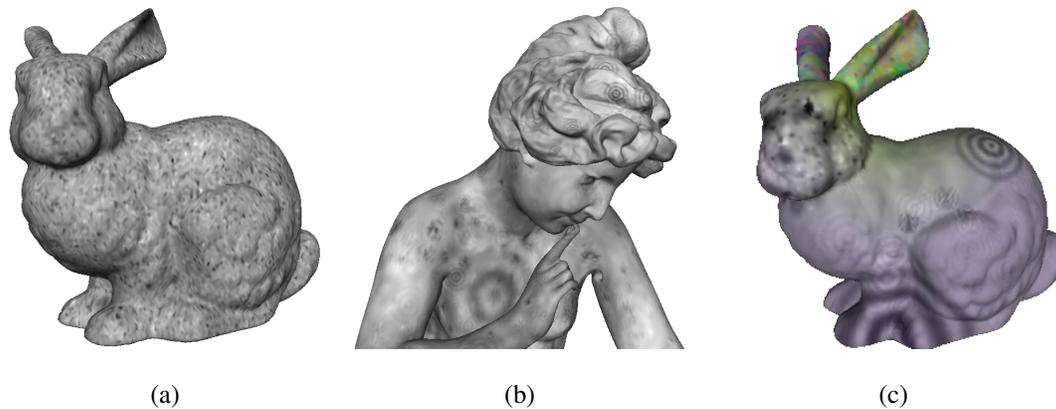


FIGURE 3 – Exemples de synthèse d’une CPC sur un lapin : le processus est simulé directement sur le maillage tridimensionnel.

3 Application et résultats

La texture attribuée à chaque face du maillage est l’image interpolée dans le triangle du plan décrit par les coordonnées 2D des trois sommets du triangle. La figure 3 présente des exemples simples de textures obtenues à partir de l’algorithme décrit ci-dessus. Il n’y a ni pôle ni couture, et aucune analyse préalable de la topologie de l’objet n’est nécessaire. Les régions très régulières comme le dos du lapin ou plus singulières comme les pointes des oreilles sont texturées de la même manière. L’algorithme peut facilement être modifié pour éventuellement tenir compte de la géométrie locale de la surface et modifier la texture selon une carte d’inhomogénéité choisie, fig. 3(c). Enfin, nous insistons sur le potentiel graphique offert par le caractère non gaussien et les propriétés d’invariance d’échelle et de dépendance d’ordre supérieur des CPC auxquels les constructions additives usuelles ne donnent pas accès. Une difficulté importante naît cependant de cette généralité : tandis que les bruits de Gabor ("spot noise") [10] ou les bruits à phase aléatoires [13] permettent la modélisation d’une texture par son spectre de Fourier, l’identification d’un modèle de CPC à partir d’un simple échantillon est moins évidente. Se pose alors le problème inverse de l’identification du modèle à partir d’un échantillon. Enfin nous travaillons à la mise en œuvre d’une implémentation rapide de la méthode.

Références

- [1] D.S. Ebert, F.K. Musgrave, D. Peachy, K. Perlin, and S. Worley, *Texturing and Modeling : A Procedural Approach*, Morgan Kaufmann, third edition, 2003.
- [2] R. Gal, Y. Wexler, E. Ofek, H. Hoppe, and D. Cohen-Or, "Seamless montage for texturing models," in *Computer Graphics Forum, SIGGRAPH 2010*, 2010, vol. 29, pp. 479–486.
- [3] Li-Yi Wei, Sylvain Lefebvre, Vivek Kwatra, and Greg Turk, "State of the art in example-based texture synthesis," in *Eurographics 2009, State of the Art Report, EG-STAR*. 2009, Eurographics Association.
- [4] G. Turk, "Generating textures on arbitrary surfaces using reaction-diffusion," in *SIGGRAPH '91 : Proceedings of the 18th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, New York, NY, USA, 1991, pp. 289–298, ACM.
- [5] A. Lagae et al., "State of the art in procedural noise functions," in *Eurographics 2010, State of the Art Report*, 2010.
- [6] P. Chainais, "Infinitely divisible cascades to model the statistics of natural images," *IEEE Trans. on Patt. and Mach. Intell.*, vol. 29, no. 12, pp. 2105–2118, 2007.
- [7] A. Lagae, S. Lefebvre, G. Drettakis, and P. Dutré, "Procedural noise using sparse gabor convolution," *ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH Conference Proceedings)*, vol. 28, no. 3, August 2009.
- [8] P. Chainais and J.-J. Li, "Synthèse de champs scalaires multifractals : application à la synthèse de texture.," in *Proceedings of the 20th Colloquium GRETSI, Paris*, 2005.
- [9] E. Koenig and P. Chainais, "Multifractal analysis on the sphere," in *Image and Signal Processing*, A. Elmoataz et al., Ed., vol. 5099 of *L.N.C.S.*, pp. 613–621. Springer, 2008.
- [10] A. Lagae, S. Lefebvre, and P. Dutré, "Improving Gabor noise," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. PP, no. 99, pp. 1, 2010.
- [11] B.A. Olshausen and D.J. Field, "Emergence of simple-cell receptive properties by learning a sparse code for natural images," *Nature*, vol. 381, pp. 607–609, 1996.
- [12] V. Surazhsky, T. Surazhsky, D. Kirsanov, S. Gortler, and H. Hoppe, "Fast exact and approximate geodesics on meshes," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 24, no. 3, pp. 553–560, 2005.
- [13] B. Galerne, Y. Gousseau, and J. Morel, "Random phase textures : Theory and synthesis," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 20, no. 1, pp. 257–267, jan. 2011.