

Processus ponctuels répulsifs.

Proposition de mémoire MASTER 2 Mathématiques Appliquées, Probabilités

Encadrants : DEREUDRE D., Laboratoire Paul Painlevé, Université de Lille.
email : david.dereudre@univ-lille.fr

On va considérer dans ce mémoire une nouvelle classe de processus ponctuels aléatoires avec interaction entre les points. L'objectif est de fournir un modèle simple aussi flexible que possible pour simuler un processus ponctuel dans \mathbb{R}^d (où dans un domaine de \mathbb{R}^d) ayant de bonnes propriétés de répulsion entre les points. Bien sûr le processus ponctuel de référence est le processus ponctuel de Poisson qui répartit les points uniformément dans l'espace (voir [2] pour une introduction). Pour les applications en physique, biologie, data-science, etc... il est intéressant d'introduire de la répulsion afin de mieux répartir les points dans l'espace. Bien sûr ce modèle doit rester aléatoire et avoir de bonnes propriétés stochastiques. De nombreux modèles existent dans ce sens : processus ponctuels de Gibbs [4], processus déterminantaux [1], processus de Matérn [3]. Au cours du mémoire, un premier objectif sera de faire l'inventaire de ces modèles en donnant leurs avantages et inconvénients. Des simulations pourront également être envisagées.

Une deuxième partie du stage sera d'explorer une nouvelle classe de modèles qui généralise le processus de Matérn. On partira d'un processus ponctuel de Poisson et on considérera une famille de transformations locales pour modifier le processus ponctuel. Deux exemples de telles transformations sont par exemple :

- (suppression) si deux points sont trop proches, l'algo en supprime un sur deux.
- (répulsion) si deux points sont trop proches, l'algo les écarte.

Bien sûr ces transformations seront paramétrées afin de donner de la flexibilité au modèle. L'objectif de cette deuxième partie sera de mettre en oeuvre ce nouvel algorithme et de fournir des résultats théoriques sur les processus ponctuels obtenus. On pourra par exemple en calculer les moments d'ordre 1 et 2 afin de mettre en lumière la qualité de la répulsion.

Bibliographie :

- [1] Biscio C., Lavancier F. Quantifying repulsiveness of determinantal point processes. Bernoulli, 22(4) :2001-2028, 2016.
- [2] G. Last and M. Penrose. Lectures on the Poisson process, volume 7. Cambridge University Press, 2017.
- [3] D. Stoyan, W. S. Kendall, J. Mecke, Stochastic Geometry and its applications, Wiley, New York (1995).
- [4] D. Dereudre, Introduction to the theory of Gibbs point processes. Lecture Notes in Mathematics 2237, Stochastic Geometry, Chapter 5, CEMPI subseries.