

Vers des applications statistiques du mouvement brownien de Dyson

Sujet proposé par [Rémi Bardenet](#) (CNRS, laboratoire CRISAL) et
[Mylène Maïda](#) (Univ. Lille 1, laboratoire Painlevé)

Note : ce sujet est particulièrement adapté à un couplage stage d'impact/mémoire de M2.

Le mouvement brownien de Dyson (DBM ; [2, Section 3.2]) est défini par N mouvements browniens en 1D conditionnés à ne pas s'intersecter. On peut montrer que cette dynamique préserve une distribution répulsive de N points dans \mathbb{R} , qui est un cas très particulier de processus ponctuel déterminantal (DPP ; [1]). Un DPP sur \mathbb{R} est une distribution sur les configurations de points dans \mathbb{R} qui encode de la répulsivité entre les points par un noyau, au sens des machines à noyau en apprentissage artificiel.

Le fait que le DBM préserve un DPP particulier est intrigant pour un statisticien. En suivi de cibles (ou *tracking*) par exemple, on n'a pas de dynamique physiquement "crédible" qui préserve une distribution répulsive capable de modéliser un tissu de cellules, ou la position d'avions au dessus d'un aéroport. Le DBM semble être un candidat sérieux pour remplir ce vide dans la boîte à outil du tracking.

Plusieurs questions se posent avant de pouvoir faire du DBM un outil statistique : comment fabriquer une variante de DBM qui préserve un processus déterminantal fixé par l'application ? Comment fabriquer un DBM en dimension quelconque ? Après avoir étudié et implémenté le DBM classique, on s'intéressera dans cet impact à ces deux questions.

Compétences attendues.

- Familiarité avec les processus stochastiques.
- Bases de Python.

Références

- [1] J. B. Hough, M. Krishnapur, Y. Peres, and B. Virág. Determinantal processes and independence. *Probability surveys*, 2006.
- [2] T. Tao. *Topics in random matrix theory*, volume 132. American Mathematical Society Providence, RI, 2012.