Proposition de sujet d'IMPACT, Ecole Centrale de Lille, option DAD

Algorithmes de suivi de cibles et mouvement brownien de Dyson

Sujet proposé par Rémi Bardenet (CNRS, Laboratoire CRIStAL)
et Mylène Maïda (Université Lille 1, Laboratoire Painlevé)

Les algorithmes de suivi de cibles [1, 2] estiment les trajectoires d'objets mobiles à partir d'observations. Si les cibles sont des avions volant dans un espace confiné, par exemple, les pilotes vont chercher naturellement à s'éviter les uns les autres et on aura besoin de modèles qui prennent bien en compte cette répulsion entre les cibles.

Si on s'intéresse à l'aspect statique du problème, on observe à temps fixé des particules aléatoires qui ont tendance à se repousser. On peut penser à des processus ponctuels déterminantaux (DPP), dont on commence à comprendre qu'ils permettent de modéliser efficacement la répulsion. En revanche, on dispose de peu de modèles dynamiques qui préservent cette répulsion, et qu'il est facile de simuler exactement.

Pour commencer, nous étudierons le mouvement brownien de Dyson, qui permet de simuler des mouvement browniens en 1D avec une répulsion de forme simple. Introduit dans les années 60 par le physicien Freeman Dyson, il peut être notamment interprété comme le processus des valeurs propres d'une matrice hermitienne dont les entrées sont des mouvements browniens indépendants [3], ou encore comme la limite d'un paquet de marches aléatoires conditionnées à ne pas se toucher. Il a été très étudié par les mathématiciens comme par les physiciens.

Comme suivre des avions en 1D n'intéresse pas beaucoup les aéroports, dans ce projet d'IMPACT, nous tenterons de construire des modèles similaires au mouvement brownien de Dyson en dimensions 2 ou 3. De nombreuses extensions ou variantes de ces modèles pourront être explorées (en variant le potentiel, le type d'interaction etc.)

Références

[1] A. Doucet et al., Sequential Monte Carlo in practice, Springer (2001)

[2] S. S. Singh et al., Filters for spatial point processes, SIAM Journal of control and optimization, Vol. 48, No. 4 (2009)

[3] T. Tao, Topics in Random matrix theory, Graduate Studies in Mathematics, AMS, Vol. 132 (2012) [Section 3.2]