

# Percolation dans les modèles germes-grains arrêtés

Proposition de mémoire MASTER 2 Mathématiques Appliquées, Probabilités

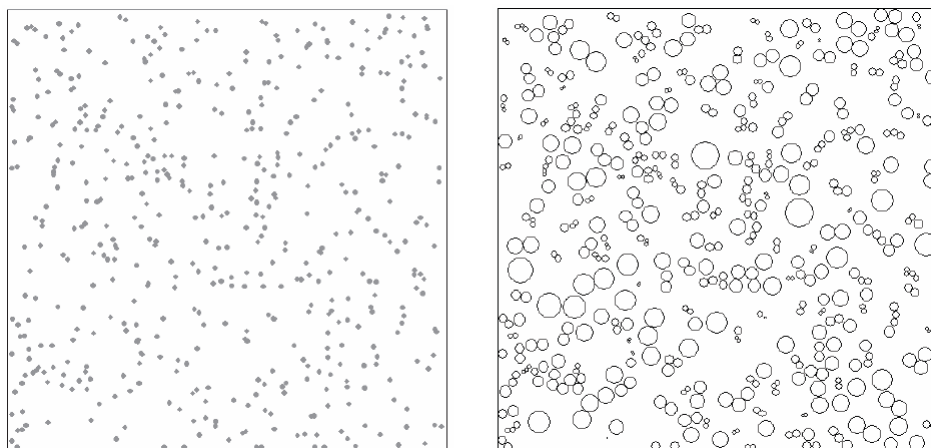
**Encadrants :** COUPIER D.-DEREUDRE D., Laboratoire Paul Painlevé, Université Lille1  
*email :* david.coupier@univ-lille1.fr - david.dereudre@univ-lille1.fr

On considère un processus ponctuel homogène de Poisson dans  $\mathbb{R}^d$ . Il s'agit d'une configuration aléatoire infinie de points dans  $\mathbb{R}^d$  et répartie de façon uniforme (cet objet sera vu dans le cours "Percolation continue" au S4). En chaque point (germe), croît un ensemble fermé aléatoire (un grain). Ces grains peuvent par exemple être

- a) un segment croissant à vitesse constante dans une direction aléatoire
- b) un disque dont le rayon croît à vitesse constante
- c) une trajectoire brownienne.

Chaque grain arrête sa croissance quand il bute sur un autre grain. L'ensemble de tous les grains arrêtés est appelé *modèle germes-grains arrêtés* (voir exemple dans la figure ci dessous). On s'intéresse alors, une fois la croissance terminée, à la topologie de l'ensemble des grains connectés entre eux. En particulier, la percolation signifie qu'il existe une composante connexe infinie dans cet ensemble.

Le premier objectif du mémoire est de formaliser mathématiquement ces modèles et de fournir quelques simulations (cela pourrait constituer le stage IMPACT d'un étudiant centralien). Un second objectif du mémoire est d'étudier quelques résultats existants au sujet du lilipond modèles (exemples a) et b) ci dessus). Les résultats rigoureux pour le moment affirment tous que les modèles germes-grains *ne percolent pas* avec probabilité 1. On démontrera ce type de résultats au cours du mémoire.



A gauche, le processus ponctuel de Poisson au temps 0. A droite le modèle germes-grains arrêté avec des grains de type b).

## Bibliographie :

- [1] C. Hirsch, Non-percolation of an asymmetric lilypond model, arXiv :1301.7279
- [2] D. J. Daley and G. Last Descending chains, the lilypond model, and mutual-nearest-neighbour matching. Adv. in Appl. Probab. Volume 37, Number 3 (2005), 604-628. .